



Шифр

--	--	--	--

10 ноября 2016 года

**МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП
ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
ПО МАТЕМАТИКЕ
2016/2017 УЧЕБНОГО ГОДА**

Комплект заданий для учеников 10 классов

Номер задания	Макс. балл	Баллы
1	7	
2	7	
3	7	
4	7	
5	7	
6	7	
Общий балл	42	

Председатель жюри:

_____ (_____)

Члены жюри:

_____ (_____)

_____ (_____)

_____ (_____)

Уважаемый участник Олимпиады!

1. Решение математической задачи включает не только ответ, но и рассуждение, приводящее к этому ответу. Приведённый ответ без соответствующего рассуждения не может рассматриваться как решение задачи и оценивается не более чем 10 процентами полного балла за задачу (если только решение задачи не подразумевает приведение конкретного примера). Задача признается решённой, если в предложенном тексте достаточно явно изложены все идеи, необходимые для получения и обоснования ответа. В зависимости от того, насколько исчерпывающе эти идеи раскрыты, решённая задача оценивается от 50 до 100 процентов от полного балла.

2. Во время тура запрещается пользоваться справочной литературой, микрокалькуляторами, средствами мобильной связи.

3. В геометрических задачах допускается выполнение чертежей ручкой и/или «от руки», без использования чертёжных приборов. Использование чертёжных инструментов не запрещено.

4. При проверке оценивается только математическое содержание работы. Оценка не снижается за небрежность почерка, орфографические, грамматические и стилистические ошибки, грязь и т.п. (если они не препятствуют пониманию решения). Однако, аккуратное оформление улучшает понимание Вашего рассуждения и положительно сказывается на оценке жюри.

5. Задачи не обязательно решать в том порядке, в котором они указаны в тексте.

6. Все задачи равноценны и оцениваются из 7 баллов за задачу.

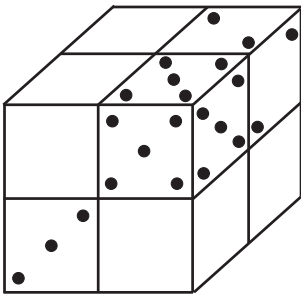
Максимальная оценка — 42 балла.

Время на выполнение заданий — 4 часа.

Желаем вам успеха!

10.1. Пусть a, b, c — последовательные члены арифметической прогрессии, а x, y, z — последовательные члены геометрической прогрессии, состоящей из положительных чисел. Докажите равенство $x^b \cdot y^c \cdot z^a = x^c \cdot y^a \cdot z^b$.

10.2. На стороне AC треугольника ABC отметили точку D ; в треугольниках ABD и BCD отметили центры вписанных окружностей — точки O и Q соответственно. Можно ли около четырёхугольника $BODQ$ описать окружность? Ответ обосновать. В параллелограмме $ABCD$ известны угол $\angle A = \alpha$ и диагональ $BD = d$. Пусть M и N — основания высот, опущенных из вершины B на прямые CD и AD соответственно. Найдите MN .



К условию
задачи 10.3

10.3. Имеется восемь единичных кубиков. На каждой грани каждого из этих кубиков поставлены точки (как на косточках домино), при этом на всех гранях каждого кубика поставлено одно и то же число точек. Из этих кубиков составили куб со стороной 2. Оказалось, что на всех шести гранях этого куба точек тоже поровну. Количества точек на гранях трёх единичных кубиков известны (см. рисунок).

а) Можно ли определить количества точек на гранях ещё хотя бы одного единичного кубика?

б) Можно ли определить количества точек на гранях всех остальных единичных кубиков? Ответы обосновать.

10.4. На доске записано выражение

$$10 : 9 : 8 : 7 : 6 : 5 : 4 : 3 : 2 : 1.$$

В нём требуется расставить скобки (одну или несколько пар) так, чтобы значение выражения оказалось целым числом. Каким наименьшим числом оно может при этом оказаться? Ответ обосновать.

10.5. На плоскости расположен квадрат со стороной 1 (назовём его *большим*) и m маленьких квадратов со стороной $a < 1$. Известно, что соответствующие стороны всех квадратов (и большого, и маленьких) параллельны, центры всех маленьких квадратов принадлежат большому квадрату, а маленькие квадраты попарно не пересекаются. Докажите неравенство $\sqrt{m} - 1 \leq \frac{1}{a}$.

10.6. На острове Невезения с населением 96 человек правительство решило провести пять законов. Каждым законом недовольна ровно половина всех граждан. Гражданин выходит на митинг в том и только том случае, когда он недоволен более, чем половиной всех законов. Какое наибольшее число людей может выйти на митинг? Ответ обосновать.